

## Séminaire Transport Optimal

vendredi 8 mars 2019,

UFR Sciences d'Angers, bâtiment L, amphi L003,

organisé par Fabien Panloup, Nicolas Delanoue et David Rousseau.



La SFR Math-STIC vous propose un séminaire autour du problème de transport optimal avec des éclairages fondamentaux en informatique, signal-image, mathématiques et des focus applicatifs de la théorie du transport optimal en traitement d'images et des données.

Accueil café 12H30-13H00.

- 13h00-14h00 : Introduction au transport optimal, Nicolas Delanoue (Maître de conférences HDR, Laboratoire LARIS - Université d'Angers)
- 14h00-15h00 : Optimal transport for target shift and feature selection, Ievgen Redko (Maître de conférences, UMR CNRS 5516, Université Jean Monnet, Saint-Etienne)
- 15h00-16h00 : Application du transport optimal   l'adaptation de domaine, Nicolas Courty (Ma tre de conférences, Laboratoire IRISA, Universit  de Bretagne Sud, Vannes)

**Résumé de l'exposé de Nicolas Delanoue :** voir page suivante.

**Résumé de l'exposé de Ievgen Redko :**

Optimal transport (OT) is a powerful tool that allows to align two probability measures in an optimal way. In this talk, I will present several contributions of OT related to a particular machine learning setting called domain adaptation (DA): a situation that occurs when a classifier is learned and trained on data samples drawn from different probability distributions. More precisely, I will introduce a new algorithm for DA based on feature selection with OT and its application to medical imaging as well as a proportion estimation algorithm allowing to handle efficiently the mismatch between the training and test class proportions.

**Résumé de l'exposé de Nicolas Courty :**

Dans cet exposé nous décrivons comment la théorie du transport optimal peut être appliquée dans un problème concret apparaissant en apprentissage machine : l'adaptation de domaines. Celui-ci décrit un scénario où les données en test diff rent des données d'apprentissage. C'est par exemple le cas lorsque l'on cherche à exploiter des données massives et labellisées disponibles sur le web pour un problème de classification ad-hoc et pour lequel on ne dispose que de très peu de labels.

Plusieurs méthodes seront exposées, partant des principes généraux du transport (OT-DA), puis utilisant une version améliorée de la fonction de c t (JDOT). Nous verrons aussi finalement comment cette stratégie peut être utilisée pour entraîner des réseaux profonds.

# Introduction au transport optimal

Nicolas Delanoue

Mars 2019

Cet exposé est une introduction au transport optimal, peu de pré-requis sont nécessaires. Le problème du transport optimal a été formalisé par le mathématicien Gaspard Monge en 1781 : soient  $X$  et  $Y$  deux espaces métriques séparables et de Radon,  $c : X \times Y \rightarrow [0, +\infty]$  une fonction mesurable, étant donné des mesures  $\mu$  sur  $X$  et  $\nu$  sur  $Y$ , la formulation de Monge du problème de transport optimal est issue de la recherche du plan de transport  $T : X \rightarrow Y$  qui réalise l'infimum :

$$\inf_{T: X \rightarrow Y} \left\{ \int_X c(x, T(x)) d\mu(x) \mid T_*(\mu) = \nu \right\} \quad (1)$$

Depuis Kantorovitch, le problème (généralisé) est formulé avec la théorie de la mesure. Étant données les mesures de probabilité  $\mu$  sur  $X$  et  $\nu$  sur  $Y$ , le problème de transport optimal est suivant:

$$\begin{aligned} \min_{\pi \in \mathcal{B}(X \times Y)} & \int_{X \times Y} c(x, y) d\pi(x, y) \\ \text{subject to} & P_X \pi = \mu, \\ & P_Y \pi = \nu \end{aligned} \quad (2)$$

où  $P_X \pi$  est la marginale de  $\pi$  sur  $X$ , et  $\mathcal{B}(X \times Y)$  la famille des mesures de probabilités sur  $X \times Y$ .

Durant l'exposé, je rappellerai ces deux formulations et expliciterai leurs différences. En particulier, le problème (2) est un problème de programmation linéaire en dimension infinie. Après avoir rappelé ce qu'est la dualité en dimension finie, on présentera le dual de programme linéaire 2 :

$$\begin{aligned} \sup_{\phi, \psi \in \mathcal{C}_b(X, Y)} & \int_X \phi(x) d\mu(x) + \int_Y \psi(y) d\nu(y) \\ \text{subject to} & \phi(x) + \psi(y) \leq c(x, y). \end{aligned} \quad (3)$$

Tout au long de la présentation, des exemples et des interprétations permettront d'illustrer les problèmes et leurs solutions.